Capítulo 6
DISTRIBUCIONES Y TRANSPOSICIONES DIFÍCILES

En seis filas

Usted conocerá probablemente el cuento de cómo nueve caballos fueron puestos en 10 pesebres y en cada pesebre resultó haber un caballo. El problema que ahora se plantea es semejante por su forma a esta broma célebre, pero tiene una solución completamente real, y no imaginaria como aquélla. El problema es el siguiente: distribuir 24 hombres en seis filas, de modo que en cada fila laya cinco hombres.

En nueve casillas

Este es un problema en broma, medio problema, medio truco. Haga con cerillas un cuadrado con nueve casillas y ponga en cada casilla una moneda, de modo que en cada fila y en cada columna haya 6 copeikas (fig. 159).

Figura 159

La figura muestra cómo hay que distribuir las monedas. Sobre una de las monedas ponga una cerilla.

Hecho esto, déle a sus camaradas la siguiente tarea: sin tocar la moneda en que descansa la cerilla, variar la colocación de las demás, de modo que en cada fila y en cada columna siga habiendo, lo mismo que antes, 6 copeikas.

Le dirán que esto es imposible. Pero con un poco de astucia logrará usted este «imposible». ¿Cómo?[1]

Un cambio de monedas

Trace a tamaño mayor el dibujo representado en 1a fig. 160, y designe cada una de sus casillas con una letra en un ángulo.

[1] En adelante las soluciones de los problemas se dan al final de cada capítulo.

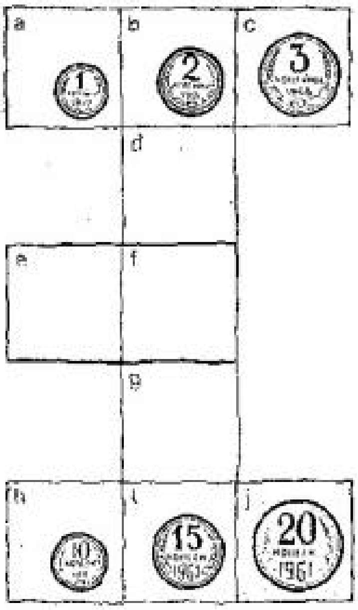

Figura 160

En las tres casillas de la fila superior ponga monedas de cobre: de 1 copeika, 2 copeikas y 3 copeikas. En las tres casillas de la fila inferior coloque monedas de plata: de 10 copeikas, 15 copeikas y 20 copeikas. Las demás casillas estarán vacías.

Ahora propóngase la siguiente tarea: pasando las monedas a las casillas libres, conseguir que las monedas de cobre 3' las de plata cambien entre sí de puestos: la de 1 copeika, con la de 10 copeikas; la de 2 copeikas, con la 15; y la 3 copeikas, con la de 20. Puede usted ocupar cualquier casilla libre del dibujo, pero no se tolera poner dos monedas en una casilla. Tampoco se puede saltar por encima de una casilla ocupada ni salirse fuera de los límites de la figura.

El problema se resuelve con una larga serie de pasos. ¿Cuáles son?

Nueve ceros

Nueve ceros se hallan dispuestos así:

0 0 0
0 0 0
0 0 0

El problema consiste en tachar todos los ceros trazando solamente cuatro líneas rectas.

Para facilitar la resolución del problema añadiré que los nueve ceros se tachan sin levantar la pluma del papel.

Treinta y seis

En las casillas de esta cuadrícula Ceros se han distribuido, como puede ver, 36 ceros.

0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0

Figura 160a

Hay que tachar 12 ceros, pero de tal modo que, después de esto, en cada fila y en cada columna quede el mismo número de ceros sin tachar. ¿Qué ceros hay que tachar?

Dos damas

En un tablero de damas vacío hay que colocar dos damas distintas. ¿Cuántas posiciones diferentes pueden ocupar estas dos damas en el tablero?

Las moscas en el visillo

En un visillo a cuadros se posaron nueve moscas. Casualmente se colocaron de tal manera que, en ninguna fila, horizontal, vertical u oblicua, había más de una mosca (fig. 161).

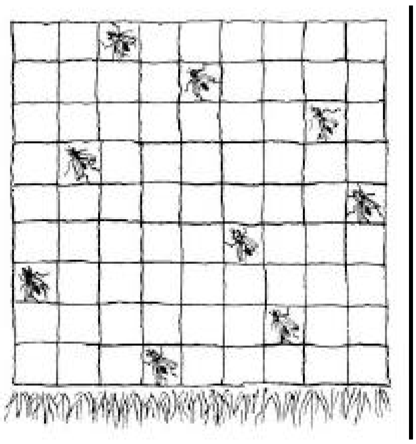

Figura 161

A1 cabo de unos minutos tres de las moscas cambiaron de sitio, pasándose a cuadros contiguos que estaban vacíos; las otras seis moscas permanecieron donde estaban antes. Y ocurrió una cosa curiosa: a pesar de que tres moscas pasaron a ocupar otros puestos, las nueve volvieron a encontrarse de modo que, en ninguna fila, horizontal, vertical u oblicua, había más de una mosca.

¿Puede usted decir qué tres moscas cambiaron de sitio y cuáles fueron los cuadrados que eligieron?

Ocho letras

Las ocho letras colocadas en la casilla del cuadrado representado en la fig. 162 deben ponerse en orden alfabético, desplazándolas sucesiva- mente hacia la casilla libre.

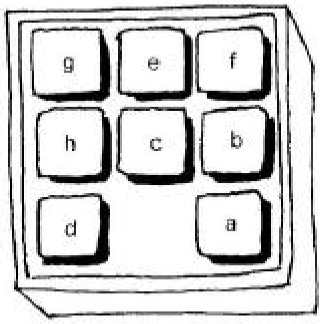

Figura 162

Conseguir esto no es difícil, si no se limita el número de jugadas. Pero el problema consiste en lograr la ordenación indicada en el menor número de jugadas posible. El lector debe deducir cuál es este número mínimo de jugadas.

Las ardillas y los conejos

Ante usted, en la fig. 163, hay ocho tocones numerados. En los tocones 1 y 3 se han sentado unos conejos, en los 6 y 8, unas ardillas. Pero tanto a las ardillas como a los conejos no les gustan los puestos que ocupan; quieren cambiar de tocones: las ardillas quieren pasarse a los sitios de los conejos, y éstos a los de aquéllas.

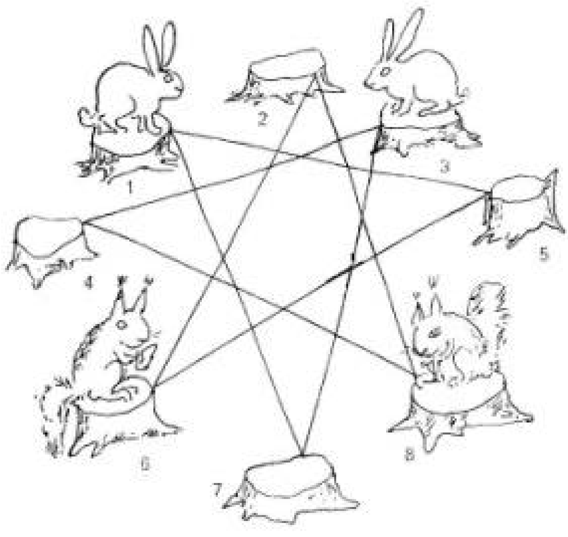

Figura 163

Pueden hacer esto saltando de un tocón a otro, pero únicamente siguiendo las líneas marcadas en el dibujo.

¿Cómo pueden hacerlo?

Recuerde las reglas siguientes:

1) de un tocón a otro sólo puede saltarse siguiendo las líneas indicadas en el dibujo: cada animal puede saltar varias veces seguidas:
2) dos animales no pueden estar en u» mismo tocón, es decir, sólo se puede saltar a un tocón que esté libre.
Tenga también en cuenta que los animales quieren intercambiar sus sitios dando el menor número de saltos posible. Sin embargo, en menos de 16 saltos no pueden hacerlo.

Dificultades de la casa de campo
El dibujo adjunto representa el plano de una pequeña casa de campo, en cuyas reducidas habitaciones se en- cuentran los muebles siguientes: una mesa de escritorio, un piano de cola, una cama, un aparador y un armario de libros. Hasta ahora sólo hay una habitación sin muebles, la número 2.

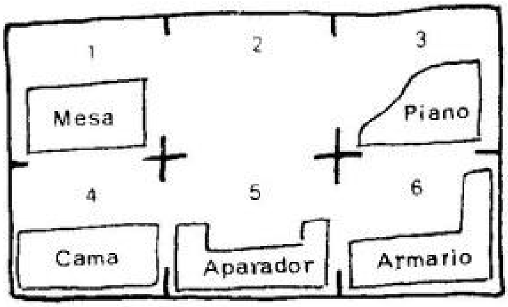

Figura 164

A1 inquilino de la casa de campo le fue necesario cambiar de sitio el piano de cola y el armario de los libros. Esto resultó ser un problema nada fácil: las habitaciones eran tan pequeñas, que dos de las cosas mencionadas no cabían al mismo tiempo en ninguna de ellas. La situación pudo salvarse con ayuda de la habitación 2, que estaba vacía. Pasando los muebles de una habitación a otra se logró al fin la transposición deseada. ¿Cómo puede hacerse el cambio proyectado con el menor número de traslaciones posible?

Los tres caminos
Tres hermanos, Pedro, Pablo y Jaco- bo recibieron tres parcelas de tierra para cultivarlas como huerta. Las parcelas estaban juntas y no lejos de las casas respectivas. En la fig. 165 puede verse la disposición de las casas de Pedro, Pablo y Jacobo y la de sus parcelas de tierra. Se nota en seguida que la situación de las parcelas no es la más cómoda para los que las trabajan, pero los hermanos no pudieron llegar a un acuerdo de cambio.

Figura 165

Cada uno hizo su huerta en su parcela y los caminos más cortos entre las casas v éstas se cortaban entre sí.
Pronto empezaron los altercados entre los hermanos, que al fin acabaron disgustándose. Para evitar posibles encuentros, cada hermano resolvió buscar un camino hasta su huerta que no cortara los caminos de los otros. A1 cabo de largas búsquedas hallaron tres caminos que reunían estas condiciones y ahora van cada día a sus parcelas sin encontrarse.
¿Puede usted indicar estos caminos?
Existe una condición obligatoria: los caminos no deben pasar más allá de la casa de Pedro.

Los ardides de la guardia

Este problema tiene muchas varian- tes. Damos una de ellas. La tienda de campaña del jefe la custodia una guardia alojada en ocho tiendas. Al principio en cada una de estas tiendas había tres soldados. Después se permitió que los soldados de unas tiendas pudieran ir a visitar a los de otras. Y el jefe de la guardia no imponía sanciones cuando al entrar en las tiendas encontraba en unas más de tres soldados y en otras, menos. Se limitaba a comprobar el número de soldados que había en cada fila de tiendas: si en las tres tiendas de cada fila había en total nueve soldados, el jefe de la guardia consideraba que todos los soldados estaban presentes.

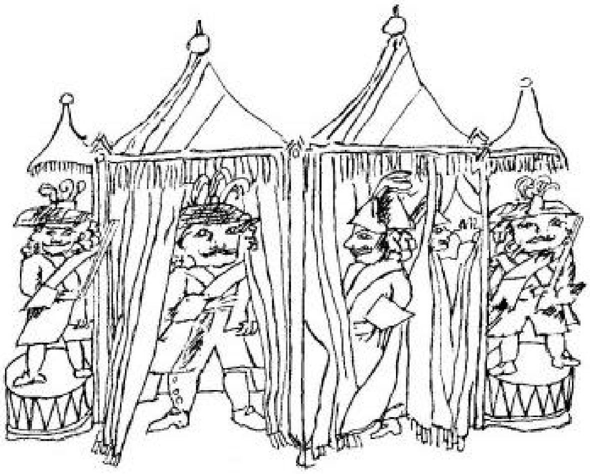

Figura 166

Los soldados se dieron cuenta de esto y encontraron el modo de burlarse del jefe. Una noche se marcharon cuatro soldados de la guardia y su ausencia no fue notada. La noche siguiente se fueron seis, que tampoco sufrieron castigo. Más tarde los soldados de la guardia incluso empezaron a invitar a otros a que vinieran a visitarles: en una ocasión invitaron a cuatro, en otra, a ocho, y una tercera vez, a toda una docena. Y todas estas astucias pasaron desapercibidas, ya que en las tres tiendas de cada fila el jefe de la guardia contaba en total nueve soldados. ¿Cómo se las componían los soldados para hacer esto?

Los diez castillos

Un regidor de la antigüedad quiso construir diez castillos unidos entre sí por murallas; estas murallas debían extenderse formando cinco líneas rec- tas con cuatro castillos en cada una. El constructor que invitó le presentó el plano que puede ver en la fig. 167.

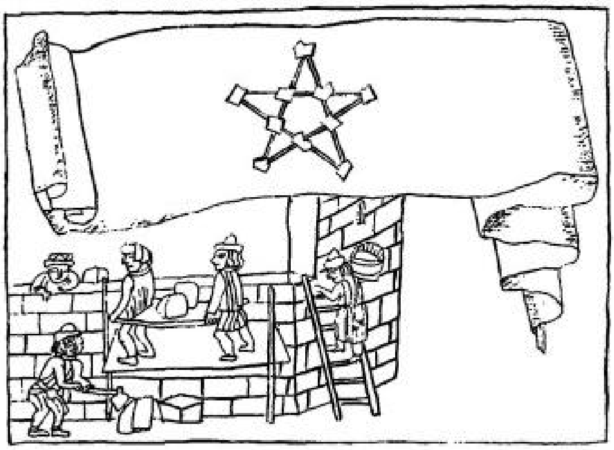

Figura 167

Pero al regidor no le gustó este proyecto, porque con esta disposición se podía llegar desde fuera a cualquiera de los castillos, y él quería que, si no todos, por lo menos uno o dos castillos estuvieran protegidos de las incursiones por la muralla. El constructor objetó que era imposible

satisfacer esta condición, puesto que los diez castillos debían disponerse de modo que en cada una de las cinco murallas hubiera cuatro de ellos. A pesar de esto, el regido insistió en su deseo. El constructor se rompió la cabeza con este problema, y al cabo de bastante tiempo logró resolverlo.
Intente usted encontrar una disposición tal de los 10 castillos y las cinco murallas rectas que los unen, que satisfaga la condición impuesta.

E1 huerto frutal

En un huerto había 49 árboles. En la fig. 168 puede verse cómo estaban dispuestos.

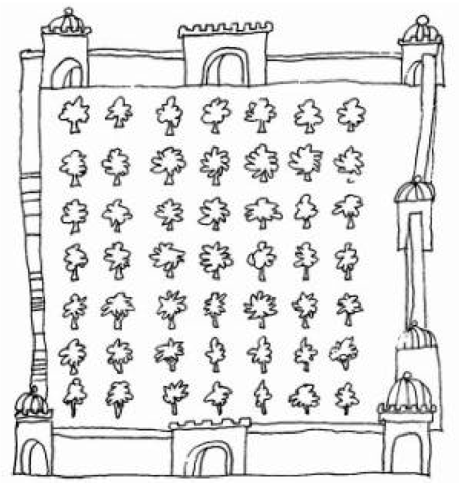

Figura 168

A1 hortelano le pareció que había demasiados árboles y quiso despejar el huerto, cortando los árbo- les que sobraban, para plantar mejor los cuadros de flores. Llamó a un peón y le ordenó:
-Deja nada más que cinco filas de a cuatro árboles cada una. Los demás árboles, córtalos y, en pago de tu trabajo, quédate con la leña.
Cuando terminó la corta, salió el hortelano y miró el trabajo. ¡El huerto estaba casi arrasado! En vez de 20 árboles, el peón sólo había dejado 70, y había cortado 39.
-¿Por qué has cortado tantos? -le riñó el hortelano- ¡Yo te dije que dejases 20!
-No, señor, usted no me dijo «20»; lo que me ordenó fue que dejara cinco filas de a cuatro árboles. Y así lo he hecho. Mírelo usted.
En efecto, el hortelano comprobó con sorpresa que los 10 árboles que quedaron de pie, formaban cinco filas de a cuatro árboles cada una. La orden había sido cumplida al pie de la letra y, a pesar de esto, en vez de 29 árboles, el peón había cortado 39.
¿Cómo pudo hacer esto?

El ratón blanco

Los 13 ratones (fig. 169) que rodean a este gato están condenados a ser devorados por él. Pero el gato se los quiere ir comiendo en un orden determinado, a saber: cada vez cuenta los ratones en el sentido en que miran los roedores y al que hace 13 se lo come.

Figura 169

¿Por qué ratón deberá empezar, para que el último que se coma sea el blanco?

En seis filas

La condición que impone el problema es fácil de satisfacer si los hombres se colocan formando un hexágono, como indica la fig. 170.

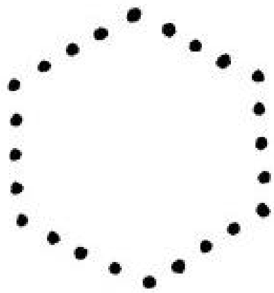

Figura 170

SOLUCIONES

En nueve casillas

No toque la moneda prohibida,, pero pase toda la fila inferior de casillas a la parte superior (fig. 171).

Figura 171

La disposición habrá cambiados pero la condición impuesta por el problema queda cumplida: la moneda con la cerilla encima no se ha movido de su sitio.

Un cambio de monedas

He aquí la serie de movimientos que hay que hacer para lograr el objetivo (el número indica la moneda y la letra, la casilla a la cual se traslada):

2-e	15-i	2-d	10-a
15-b	3-g	4-h	3-e
10-d	20-c	40-e	15-b
2-h	1-e	2-j	2-d
20-e	3-a	15-i	3-j
10-j	15-b	3-g	2-i

En menos de 24 transiciones es imposible resolver el problema
El problema se resuelve como muestra la fig. 172.

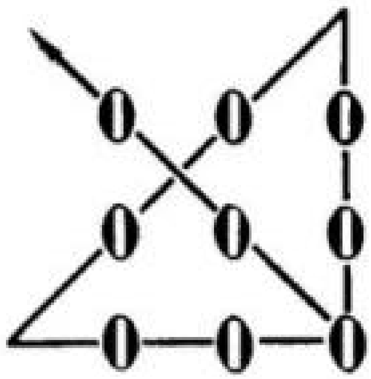

Figura 172

Treinta y seis ceros

Como de los 36 ceros hay que tachar 12, deben quedar 36 - 12, es decir24. Por consiguiente, en cada fila o columna deberán quedar cuatro ceros. La distribución de los ceros no tachados será:

0		0	0	0	
		0	0	0	0
0	0	0			0
0	0		0		0
0	0			0	0
	0	0	0	0	

Figura172a

Dos damas

La primera dama puede colocarse en cualquiera de las 64 casillas del tablero, es decir, de 64 modos. Una vez que la primera dama se ha colocado, la segunda puede ponerse en cualquiera de las 63 casillas restantes. Por consiguiente, a cada una de las 64 posiciones que puede ocupar la primera dama hay que añadir las 63 posiciones que puede ocupar la segunda. De aquí se deduce que el número total de posiciones diferentes que pueden ocupar las dos damas en el tablero será:

$$64 \times 63 = 4032$$

Las moscas en el visillo

Las flechas indican, en la fig. 173, las moscas que cambiaron de sitio y los cuadrados de que partieron.

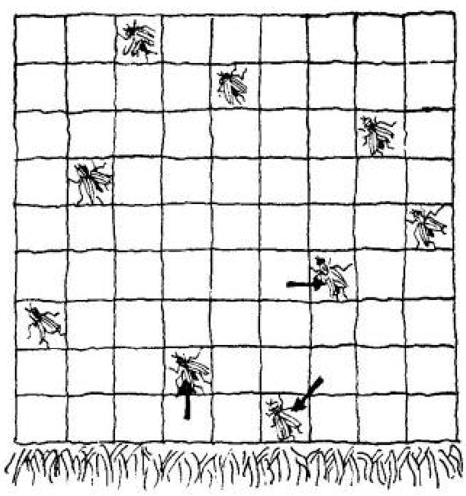

Figura 173

Ocho letras
E1 número mínimo de jugadas es 23, y son: A B F E C A B F E C A B D H G A B D H G D E F.

Las ardillas y los conejos
A continuación se indica el procedimiento más corto de cambio. Las cifras indican desde qué tocón a qué tocón hay que saltar (por ejemplo, 1 - 5 significa que la ardilla salta del primer tocón al quinto). El total son necesarios 16, a saber:

1-5	3-7	7-1	5-6	3-7	6-2	8-4	7-1
8 -4	4 -3	6 -2	2 -8	1 -5	5 -6	2 -8	4 -3.

Dificultades de la casa de campo
El cambio consigue hacerse mediante 17 traslaciones como mínimo. Los muebles deben trasladarse en el orden siguiente:

1. E1 piano
2. E1 armario
3. E1 aparador
4. E1 piano
5. La mesa
6. La cama
7. El piano
8. E1 aparador
9. E1 armario
10. La mesa
11. E1 aparador
12. El piano.
13. La cama
14. El aparador
15. La mesa
16. E1 armario
17. El piano

Los tres caminos
Los tres caminos que no se cortan se ven en la fig. 174.

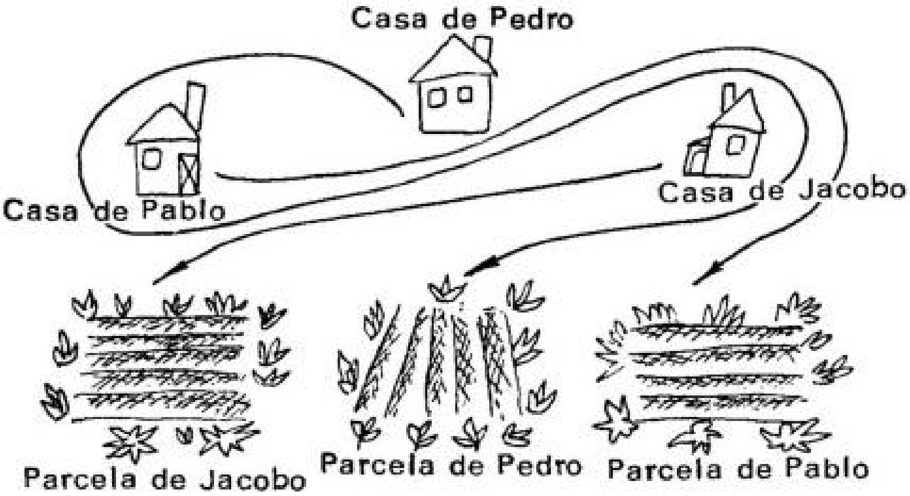

Figura 174

Pedro y Pablo tienen que seguir caminos bastante sinuosos, pero así se evitan los encuentros enojosos entre los hermanos.

Los ardides de la guardia

La solución del problema se halla fácilmente si se razona como sigue. Para que cuatro soldados puedan ausentarse sin que lo note el jefe de la guardia es necesario que en las filas I y III (fig. 175,a) haya nueve soldados en cada una; pero como el número total de soldados será 24 - 4 = 20, en la fila II deberá haber 20 - 18 = 2, es decir, un soldado en la tienda de la izquierda de esta fila y otro soldado en la de la derecha.

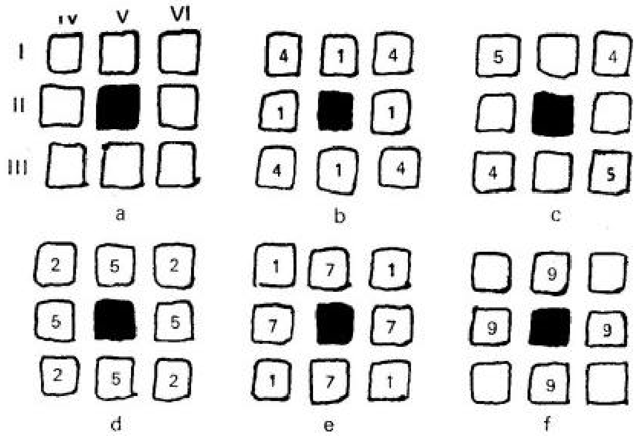

Figura 175

Del mismo modo hallamos que en la tienda superior de la columna V debe haber un soldado y en la inferior, otro. Ahora está claro que en las tiendas de las esquinas tendrá que haber cuatro soldados en cada una. Por consiguiente, la distribución buscada para el caso en que se ausentan cuatro soldados será la que se ve en la fig. 175,b.

Por medio de análogos razonamientos se encuentra la distribución necesaria para que puedan ausentarse seis soldados (fig. 175,c). Para cuatro invitados (fig. 175,d). Para ocho invitados (fig. 175,e).

Y, finalmente, en la fig. 175,f se muestra la distribución en el caso de 12 invitados.

Se ve claramente que, en las condiciones indicadas, no pueden ausentarse impunemente más de seis soldados ni pueden venir a la guardia más de 12 invitados.

Los diez castillos

En la fig. 176 (a la izquierda) se ve la disposición con la cual dos castillos quedan protegidos contra una agresión desde fuera.

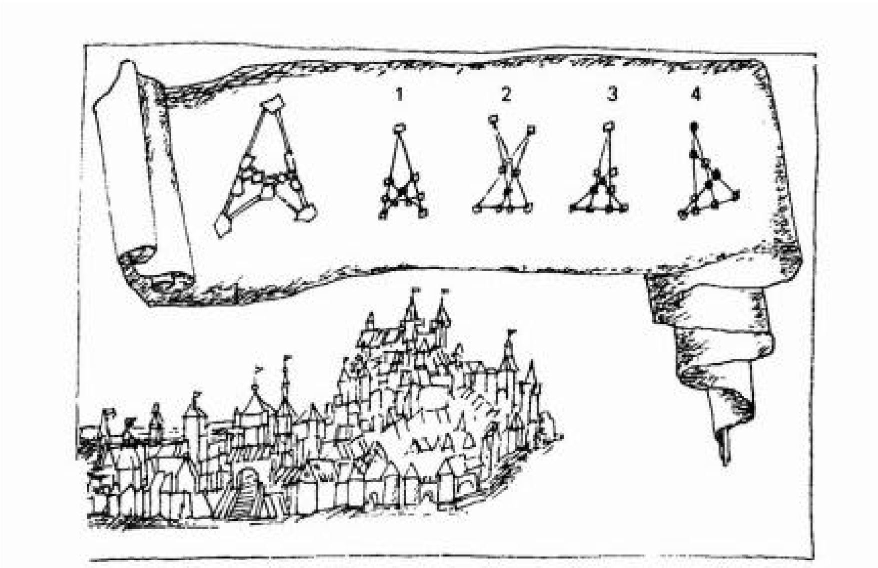

Figura 176

Como puede ver, los 10 castillos están situados aquí como imponían las condiciones del problema: cuatro en cada una de las cinco murallas rectas. La fig. 176 (a la derecha) da cuatro soluciones más a este mismo problema.

E1 huerto frutal

Los árboles que quedaron sin cortar estaban situados como indica la fig. 177; así forman cinco filas rectas y en cada una de ellas hay cuatro árboles.

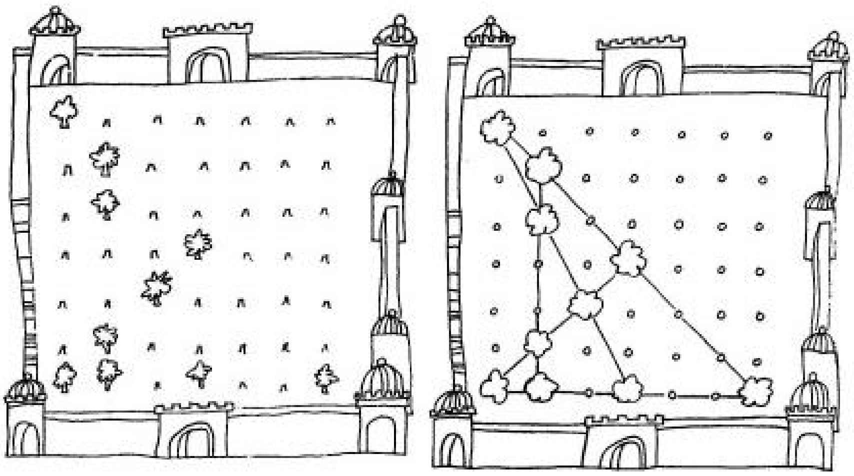

Figura 177

E1 ratón blanco

El gato debe comerse primero al ratón a que está mirando, es decir, al sexto a partir del blanco. Empiece a contar desde este ratón, siguiendo la circunferencia, y tache cada decimotercero; se convencerá de que el ratón blanco es el último que tacha.